

LE PARADOXE DE CONDORCET

[M. J. A. N. C. de Condorcet, *Essai sur l'application de l'analyse à la probabilité des décisions rendus à la pluralité des voix*, Paris, 1785, pagg. lvj – lxx]

4°. Exemple d'une élection entre trois Candidats

Il nous reste à donner un dernier exemple : c'est le cas d'une élection entre trois candidats, que nous nommerons A , B , C .

Il est clair d'abord que celui qui donne sa voix pour A prononce les deux propositions,

A vaut mieux que B ,
 A vaut mieux que C ;

celui qui vote pour B , les deux propositions,

B vaut mieux que A ,
 B vaut mieux que C ;

celui qui vote pour C , les deux propositions,

C vaut mieux que A ,
 C vaut mieux que B .

Nous avons donc ici trois systèmes de propositions contradictoires.

A , A vaut mieux que B ,
 N , B vaut mieux que A ,
 a , A vaut mieux que C ,
 n , C vaut mieux que A ,
 α , B vaut mieux que C ,
 ν , C vaut mieux que B ;

ce qui produit huit combinaisons mathématiquement possibles.

(I) Aaa , (II) Aav , (III) Ana , (IV) Anv ,

(V) Naa , (VI) Nav , (VII) Nna , (VIII) Nnv .

De ces combinaisons, la première, formée des trois propositions Aaa , ou

A vaut mieux que B ,
 A vaut mieux que C ,
 B vaut mieux que C ,

forme un vœu en faveur de A .

La seconde, formée des trois propositions Aav , ou

A vaut mieux que B ,
 A vaut mieux que C ,
 C vaut mieux que B ,

renferme encore un vœu en faveur de A .

La troisième, formée des trois propositions Ana , ou

IL PARADOSSO DI CONDORCET

[M. J. A. N. C. de Condorcet, *Saggio sull'applicazione dell'analisi alla probabilità delle decisioni prese alla maggioranza di voti*, Paris, 1785, pagg. lvj – lxx]

4°. Esempio di una elezione con tre candidati

Ci rimane da dare un ultimo esempio: è il caso di una elezione con tre candidati, che chiameremo A , B , C .

Prima di tutto, è chiaro che chi dà il suo voto ad A esprime le due proposizioni

A è meglio di B ,
 A è meglio di C ;

chi vota per B , le due proposizioni,

B è meglio di A ,
 B è meglio di C ;

chi vota per C , le due proposizioni,

C è meglio di A ,
 C è meglio di B .

Abbiamo qui dunque tre sistemi di proposizioni contraddittorie:

A , A è meglio di B ,
 N , B è meglio di A ,
 a , A è meglio di C ,
 n , C è meglio di A ,
 α , B è meglio di C ,
 ν , C è meglio di B ;

che producono otto combinazioni matematicamente possibili:

(I) Aaa , (II) Aav , (III) Ana , (IV) Anv ,

(V) Naa , (VI) Nav , (VII) Nna , (VIII) Nnv .

La prima di queste combinazioni formata dalle tre proposizioni Aaa :

A è meglio di B ,
 A è meglio di C ,
 B è meglio di C ,

costituisce un voto in favore di A .

La seconda, formata dalle tre proposizioni Aav :

A è meglio di B ,
 A è meglio di C ,
 C è meglio di B ,

costituisce ancora un voto in favore di A .

La terza, formata dalle tre proposizioni Ana :

A è meglio di B ,

A vaut mieux que *B*,
C vaut mieux que *A*,
B vaut mieux que *C*,
est évidemment telle, que de deux quelconques
des trois propositions qui la forment, résulte une
conclusion contraire à la troisième.

La quatrième combinaison, formée des
propositions *Anv*, ou
A vaut mieux que *B*,
C vaut mieux que *A*,
C vaut mieux que *B*,
exprime un vœu en faveur de *C*.

La cinquième, formée des propositions *Naa*,
ou
B vaut mieux que *A*,
A vaut mieux que *C*,
B vaut mieux que *C*,
exprime un vœu en faveur de *B*.

La sixième, formée des propositions *Nav*, ou
B vaut mieux que *A*,
A vaut mieux que *C*,
C vaut mieux que *B*,
est telle que comme dans la troisième, deux
quelconques des trois propositions qui la
forment, renferment une conclusion contraire à
la troisième.

La septième combinaison, formée des
propositions *Naa*, ou
B vaut mieux que *A*,
C vaut mieux que *A*,
B vaut mieux que *C*,
renferme un vœu en faveur de *B*.

La huitième combinaison, formée des trois
propositions *Nnv*, ou
B vaut mieux que *A*,
C vaut mieux que *A*,
C vaut mieux que *B*,
exprime un vœu en faveur de *C*.

Nous aurons donc les deux combinaisons I &
II en faveur de *A*, les deux combinaisons V &
VII en faveur de *B*, les deux combinaisons IV &
VIII en faveur de *C*, enfin les deux
combinaisons III & VI, qui donnent un résultat
contradictoire.

La méthode employée dans les élections ordinaires,
est défectueuse

Cela posé, il est aisé de voir d'abord que la
manière employée dans les élections ordinaires
est défectueuse. En effet, chaque Votant se borne

C est meglio di *A*,
B è meglio di *C*,

è evidentemente tale che da due qualsiasi delle
proposizioni che la formano, si deduce una
conclusione contraria alla terza.

La quarta combinazione, formata dalle
proposizioni *Anv*:
A è meglio di *B*,
C è meglio di *A*,
C è meglio di *B*,
esprime un voto in favore di *C*.

La quinta, formata dalle proposizioni *Naa*:
B è meglio di *A*,
A è meglio di *C*,
B è meglio di *C*,
esprime un voto in favore di *B*.

La sesta, formata dalle proposizioni *Nav*:
B è meglio di *A*,
A è meglio di *C*,
C è meglio di *B*,
è tale che, come nella terza, da due qualsiasi
delle proposizioni che la formano si deduce una
conclusione contraria alla terza.

La settima combinazione, formata dalle
proposizioni *Naa*:
B è meglio di *A*,
C è meglio di *A*,
B è meglio di *C*,
esprime un voto in favore di *B*.

L'ottava combinazione, formata dalle tre
proposizioni *Nnv*:
B è meglio di *A*,
C è meglio di *A*,
C è meglio di *B*,
esprime un voto in favore di *C*.

Abbiamo quindi le due combinazioni I e II in
favore di *A*, le due combinazioni V e VII in
favore di *B*, le due combinazioni IV e VIII in
favore di *C* e infine le due combinazioni III e VI
che danno un risultato contraddittorio.

Il metodo impiegato nelle elezioni ordinarie è difettoso

Detto questo, è facile vedere che il metodo
impiegato nelle elezioni ordinarie è difettoso. In
effetti, ciascun votante si limita a indicare quello

à nommer celui qu'il préfère : ainsi dans l'exemple de trois Candidats, celui qui vote pour *A*, n'énonce pas son vœu sur la préférence entre *B* & *C*, & ainsi des autres. Or, il peut résulter de cette manière de voter une décision réellement contraire à la pluralité.

Supposons, par exemple, 60 Votans, dont 23 en faveur de *A*, 19 en faveur de *B* & 18 en faveur de *C* ; supposons ensuite que les 23 Votans pour *A* auroient décidé unanimement que *C* vaut mieux que *B* ; que les 19 Votans pour *B* auroient décidé que *C* vaut mieux que *A* ; qu'enfin des 18 Votans pour *C*, 16 auroient décidé que *B* vaut mieux que *A* & 2 seulement que *A* vaut mieux que *B*.

On auroit donc, 1° 35 voix pour la proposition *B* vaut mieux que *A*, & 25 pour la proposition contradictoire.

2° 37 voix pour la proposition *C* vaut mieux que *A*, & 23 pour la proposition contradictoire.

3° 41 voix pour la proposition *C* vaut mieux que *B*, & 19 pour la proposition contradictoire.

Nous aurions donc le système des trois propositions qui ont la pluralité, formé de trois propositions.

B vaut mieux que *A*,
C vaut mieux que *A*,
C vaut mieux que *B*,

qui renferme un vœu en faveur de *C*.

De plus, nous aurions les deux propositions qui forment le vœu en faveur de *C*.

C vaut mieux que *A*,
C vaut mieux que *B*,

décidées l'une à la pluralité de 37 contre 23, l'autre à la pluralité de 41 contre 19.

Les deux propositions qui forment le vœu en faveur de *B*,

B vaut mieux que *A*,
B vaut mieux que *C*,

décidées l'une à la pluralité de 35 voix contre 25, l'autre à la minorité de 19 contre 41.

Enfin les deux propositions qui forment le vœu en faveur de *A*,

A vaut mieux que *B*,
A vaut mieux que *C*,

décidées à la minorité, l'une de 25 voix contre 35, l'autre de 23 contre 37.

Ainsi celui des Candidats qui auroit réellement le vœu de la pluralité, seroit précisément celui

che preferisce. Così nell'esempio dei tre candidati, colui che vota per *A*, non esprime il suo voto di preferenza tra *B* e *C*, e così negli altri casi. Ora, in questo modo può risultare di votare una risoluzione veramente contraria alla maggioranza.

Supponiamo, per esempio, di avere 60 votanti, dei quali 23 in favore di *A*, 19 in favore di *B* e 18 in favore di *C*; supponiamo inoltre che i 23 votanti per *A* abbiano deciso unanimamente che '*C* è meglio di *B*', che dei 19 votanti per *B* abbiano deciso che '*C* è meglio di *A*' e che infine dei 18 votanti per *C*, 16 abbiano deciso che '*B* è meglio di *A*' e 2 solamente che '*A* è meglio di *B*'.

Quindi si avranno:

1° 35 voti per la proposizione '*B* è meglio di *A*', e 25 per la proposizione contraria;

2° 37 voti per la proposizione '*C* è meglio di *A*', e 23 per la proposizione contraria;

3° 41 voti per la proposizione '*C* è meglio di *B*', e 19 per la proposizione contraria.

Avremmo dunque il sistema delle tre proposizioni che hanno la maggioranza, formato dalle tre proposizioni:

B è meglio di *A*,
C è meglio di *A*,
C è meglio di *B*,

che esprime un voto in favore di *C*.

Inoltre, avremmo le due proposizioni che danno un voto in favore di *C*,

C è meglio di *A*,
C è meglio di *B*,

assunte l'una con una maggioranza di 37 contro 23, l'altra con una maggioranza di 41 contro 19.

Le due proposizioni che danno un voto in favore di *B*,

B è meglio di *A*,
B è meglio di *C*,

assunte l'una con una maggioranza di 35 contro 25, l'altra con una minoranza di 19 contro 41.

Infine le due proposizioni che danno un voto in favore di *A*,

A è meglio di *B*,
A è meglio di *C*,

assunte alla minoranza, l'una con 25 voti contro 35, l'altra con 23 voti contro 37.

In questo modo quello dei candidati che avrebbe realmente il voto della maggioranza,

qui, en suivant la méthode ordinaire, auroit eu le moins de voix.

Tandis que *A* qui, suivant la forme ordinaire, auroit eu le plus de voix, se trouve être celui au contraire qui dans la réalité a été le plus éloigné d'avoir le vœu de la pluralité.

On voit donc déjà que l'on doit rejeter la forme d'élection adoptée généralement : si on devoit la conserver, ce ne pourroit être que dans le cas où l'on ne seroit pas obligé d'élir sur le champ, & où l'on pourroit exiger de ne regarder pour élu que celui qui auroit réuni plus de la moitié des voix. Dans ce cas même, cette forme a encore l'inconvénient d'exposer à regarder comme non élu celui qui auroit eu réellement une très-grande pluralité.

Méthode qu'il faut y substituer

Ainsi l'on devroit en général substituer à cette forme celle dans laquelle chaque Votant, exprimant l'ordre suivant lequel il place les Candidats, prononceroit à la fois sur la préférence respective qu'il leur accorde.

On tireroit de cet ordre les trois propositions qui doivent former chaque avis, s'il y a trois Candidats ; le six propositions qui doivent former chaque avis, s'il y a quatre Candidats, les dix s'il y en a cinq, &c. en comparant les voix en faveur de chacune de ces propositions ou sa contradictoire.

On auroit par ce moyen le système de propositions, qui seroit formé à la pluralité parmi 8 systèmes possibles pour trois Candidats, les 64 systèmes possibles pour quatre Candidats, les 1024 systèmes possibles pour cinq Candidats & si on considère seulement ceux qui n'impliquent pas contradiction, il n'y aura que 6 possibles pour trois Candidats, 24 pour quatre, 120 pour cinq, & ainsi de suite.

On peut demander maintenant si la pluralité peut avoir lieu en faveur d'un de ces systèmes contradictoires, & on trouvera que cela est possible.

Supposons en effet que dans l'exemple déjà choisi, où l'on a 23 voix pour *A*, 19 pour *B*, 18 pour *C*, les 23 voix pour *A* soient pour la proposition *B* vaut mieux que *C* ; cette proposition aura une pluralité de 42 voix contre

sarebbe esattamente quello che, seguendo il metodo ordinario, avrebbe avuto la minoranza dei voti.

Mentre *A* che, seguendo il metodo ordinario, avrebbe più voti, si trova, al contrario, ad essere quello che in realtà è più lontano dall'avere la maggioranza.

Si vede quindi di già che bisogna respingere la forma di elezione generalmente adottata: se la si dovesse conservare, questo non potrà essere che nel caso che non si fosse obbligati a eleggere subito, e dove si potrebbe esigere di ritenere eletto solo chi avesse ottenuto più della metà dei voti. In questo caso, questa forma ha ancora l'inconveniente di esporci a considerare come non eletto chi avrebbe in realtà una maggioranza molto ampia.

Metodo che si dovrebbe sostituire

Così si dovrebbe generalmente sostituire a questa forma quella nella quale ciascun votante, esprimendo l'ordine secondo il quale classifica i candidati, si pronuncerebbe contemporaneamente sulla preferenza rispettiva che a loro attribuisce.

Si traggono da quest'ordine le tre proposizioni che devono formare ciascun parere, se si hanno tre candidati, le sei proposizioni che devono formare ciascun parere, se si hanno quattro candidati, le dieci se se ne hanno cinque ecc. e confrontando i voti in favore di ciascuna di queste proposizioni o della sua contraria.

Si avrebbe in questo modo il sistema di proposizioni che sarebbe espresso dalla maggioranza tra gli 8 sistemi possibili per tre candidati, i 64 sistemi possibili per quattro candidati, i 1024 sistemi possibili per cinque candidati. Se si considerano solamente i sistemi che non implicano contraddizioni, se ne avranno 6 possibili per tre candidati, 24 per quattro, 120 per cinque, e così via.

Ci si può domandare ora se può esserci la maggioranza in favore di uno di questi sistemi contraddittori, e si troverà che questo è possibile.

Supponiamo infatti che nell'esempio già scelto, dove si hanno 23 voti per *A*, 19 per *B*, 18 per *C*, i 23 voti per *A* siano per la proposizione '*B* è meglio di *C*'. Questa proposizione avrà una maggioranza di 42 voti contro 18.

18.

Supposons ensuite que des 19 voix en faveur de *B*, il y en ait 17 pour *C* vaut mieux que *A*, & 2 pour la proposition contradictoire ; cette proposition *C* vaut mieux que *A* aura une pluralité de 35 voix contre 25. Supposons enfin que des 18 voix pour *C*, 10 soient pour la proposition *A* vaut mieux que *B*, & 8 pour la proposition contradictoire, nous aurons une pluralité de 33 voix contre 27 en faveur de la proposition *A* vaut mieux que *B*. Le système qui obtient la pluralité sera donc composé des trois propositions,

A vaut mieux que *B*,
C vaut mieux que *A*,
B vaut mieux que *C*.

Ce système est le troisième, & un de ceux qui impliquent contradiction.

Nous examinerons donc le résultat de cette forme d'élection, 1° en ayant aucun égard à ces combinaisons contradictoires, 2° en ayant égard.

Nous avons vu que des 6 systèmes possibles réellement, il y en avoit 2 en faveur de *A*, 2 en faveur de *B*, 2 en faveur de *C*.

Ainsi dans un des exemples précédens, où nous avons supposé que sur 60 voix, la proposition

A vaut mieux que *B*,
avoit 25 voix contre 35 ; la proposition
A vaut mieux que *C*,
23 voix contre 37 ; la proposition
B vaut mieux que *C*,
19 voix contre 41 : la pluralité est en faveur du système VIII, formé des trois propositions
B vaut mieux que *A*,
C vaut mieux que *A*,
C vaut mieux que *B*,

dont la première a la pluralité de 35 voix contre 25 ; la seconde, celle de 37 voix contre 23 ; la troisième, celle de 41 voix contre 19.

Et l'on aura, d'après la probabilité de la voix de chaque Votant, celle que ce système est conforme à la vérité.

Mais le quatrième système, formé des propositions

A vaut mieux que *B*,
C vaut mieux que *A*,
C vaut mieux que *B*,

conduit de même à un résultat en faveur de *C*, &

Supponiamo poi che dei 19 voti in favore di *B*, se ne abbiano 17 per '*C* è meglio di *A*' e 2 per la proposizione contraria; questa proposizione '*C* è meglio di *A*' avrà una maggioranza di 35 voti contro 25. Supponendo infine che dei 18 voti per *C*, 10 siano per la proposizione '*A* è meglio di *B*', e 8 per la proposizione contraria, avremmo una maggioranza di 33 voti contro 27 in favore della proposizione '*A* è meglio di *B*'. Il sistema che ottiene la maggioranza sarà dunque composto dalle tre proposizioni:

A è meglio di *B*,
C è meglio di *A*,
B è meglio di *C*.

Questo sistema è il terzo, e uno di quelli che implicano contraddizioni.

Esamineremo quindi il risultato di questo forma di elezione, 1° non considerando le combinazioni contraddittorie, 2° considerandole.

Abbiamo visto che dei 6 sistemi realmente possibili, se ne hanno 2 in favore di *A*, 2 in favore di *B* e 2 in favore di *C*.

Così in uno degli esempi precedenti, dove abbiamo supposto che su 60 voti, la proposizione

A è meglio di *B*,
avesse 25 voti contro 35; la proposizione
A è meglio di *C*,
23 voti contro 37; la proposizione
B è meglio di *C*,
19 contro 41, la maggioranza è in favore del VIII sistema, formato dalle tre proposizioni
B è meglio di *A*,
C è meglio di *A*,
C è meglio di *B*,

la prima delle quali ha una maggioranza di 35 voti contro 25, la seconda di 37 voti contro 23 e la terza di 41 voti contro 19.

E si avrà, secondo la probabilità del voto di ciascun votante, la probabilità che questo sistema sia conforme alla verità.

Ma il quarto sistema, formato dalle proposizioni

A è meglio di *B*,
C è meglio di *A*,
C è meglio di *B*,

conduce ugualmente a un risultato in favore di

la combinaison des deux systèmes donne les deux propositions

C vaut mieux que *A*,
C vaut mieux que *B*,

l'une à la pluralité de 37 voix contre 23, l'autre à la pluralité de 41 voix contre 19.

Or, nous demandons maintenant si nous devons regarder le vœu comme donné en faveur de *C*, seulement parce que le système des trois propositions qui ont la pluralité, renferme ce vœu, ou parce que des trois résultats que donnent les six systèmes pris deux à deux, celui qui est en faveur de *C* est le plus probable.

Cette question seroit peu importante si ce résultat étoit toujours le même, comme dans cet exemple, mais il n'est pas toujours le même. En effet, supposons que des 23 voix en faveur de *A*, 13 aient adopté la proposition

C vaut mieux que *B*,

& 10 la proposition

B vaut mieux que *C* ;

que des 19 voix en faveur de *B*, 13 aient adopté la proposition

C vaut mieux que *A*,

& 6 la proposition

A vaut mieux que *C* ;

qu'enfin les 18 voix en faveur de *C* aient adopté la proposition

B vaut mieux que *A*.

Le système qui résulteroit de la pluralité, seroit formé des trois propositions

B vaut mieux que *A*,
C vaut mieux que *A*,
C vaut mieux que *B*,

la première ayant une pluralité de 37 voix contre 23, les deux autres une pluralité de 31 voix contre 29, & ce système renferme un vœu en faveur de *C*.

Mais dans le même exemple, le résultat de toutes les combinaisons en faveur de *C* est formé des deux propositions

C vaut mieux que *A*,
C vaut mieux que *B*,

qui ont chacune une pluralité de 31 voix contre 29 ; mais le résultat des combinaisons en faveur de *B* est formé des deux propositions

B vaut mieux que *A*,
B vaut mieux que *C*,

dont la première a une pluralité de 37 voix contre 23, & la seconde une minorité de 29 voix

C, e la combinazione dei due sistemi dà le due proposizioni

C è meglio di *A*,
C è meglio di *B*,

l'una con una maggioranza di 37 voti contro 23, l'altra con una maggioranza di 41 voti contro 19.

Ora, ci domandiamo subito se dobbiamo considerare il voto come attribuito in favore di *C*, solamente perché il sistema delle tre proposizioni che hanno la maggioranza, esprime questo voto, o perché dei tre risultati che, presi due a due, danno sei sistemi, quello in favore di *C* è il più probabile.

Questa domanda sarebbe poco importante se questo risultato fosse sempre uguale, ma non è sempre uguale. In effetti, supponiamo che dei 23 voti in favore di *A*, 13 abbiano scelto la proposizione

C è meglio di *B*,

e 10 la proposizione

B è meglio di *C* ;

che dei 19 voti in favore di *B*, 13 abbiano scelto la proposizione

C è meglio di *A*,

e 6 la proposizione

A è meglio di *C* ;

e che infine i 18 voti in favore di *C* abbiano scelto la proposizione

B è meglio di *A*.

Il sistema che avrebbe la maggioranza, sarebbe formato dalle tre proposizioni

B è meglio di *A*,
C è meglio di *A*,
C è meglio di *B*,

la prima avente una maggioranza di 37 voti contro 23, le altre due una maggioranza di 31 voti contro 29, e il sistema esprime un voto in favore di *C*.

Tuttavia nello stesso esempio, il risultato di tutte le combinazioni in favore di *C* è formato dalle due proposizioni

C è meglio di *A*,
C è meglio di *B*,

che hanno ciascuna una maggioranza di 31 voti contro 29. Ma il risultato delle combinazioni in favore di *B* è formato dalle due proposizioni

B è meglio di *A*,
B è meglio di *C*,

di cui la prima ha una maggioranza di 37 voti contro 23, e la seconda una minoranza di 29 voti

contre 31.

Or, la probabilité de chaque voix peut être telle que celle de la vérité de ces deux propositions surpasse celle des propositions

C vaut mieux que A ,
 C vaut mieux que B ,

& il paroît en résulter une probabilité en faveur de B , tandis qu'en s'en tenant au système de trois propositions le plus probable, on a une décision en faveur de C .

Pour résoudre cette difficulté, nous observerons, 1° que dans ce cas il est clair que A ne doit pas avoir la préférence puisqu'il n'a pour lui que la minorité, soit qu'on le compare à B , soit qu'on le compare à C (ce qui a lieu dans tous les cas semblables) : c'est donc entre B & C qu'il reste à choisir. Or, la proposition B vaut mieux que C , a la minorité ; donc on doit regarder le vœu de la pluralité comme porté en faveur de C .

2° Celui qui prononceroit en faveur de C , feroit raisonnement suivant : j'ai lieu de croire que C vaut mieux que A ; j'ai aussi lieu de croire que C vaut mieux que B ; donc je dois croire que C vaut mieux que A & que B . Celui au contraire qui prononceroit en faveur de B , feroit le raisonnement suivant : j'ai lieu de croire que B vaut mieux que A ; j'ai aussi lieu de croire que C vaut mieux que B ; donc je dois croire que B vaut mieux que C ; conclusion qui paroît absurde.

Le résultat du calcul paroîtroit donc en contradiction avec le simple raisonnement, dans le cas où l'on adopteroit pour former la décision, non le système le plus probable, mais le résultat des deux systèmes favorables à un même Candidat, qui seroit le plus probable.

D'ailleurs si on examine le résultat du calcul, on voit que si la combinaison

B vaut mieux que A ,
 B vaut mieux que C ,

est plus probable que la combinaison

C vaut mieux que A ,
 C vaut mieux que B ,

quoique la dernière soit formée de deux propositions qui ont la pluralité, c'est uniquement parce que si on adopte la seconde, on se trompera plus souvent en préférant C à A , que dans la première en préférant B à A .

On risquera donc plus souvent de se tromper

contro 31.

Ora, la probabilità di ciascun voto può essere tale che la verità di queste due proposizioni superi quella delle proposizioni

C è meglio di A ,
 C è meglio di B ,

e sembra risultare una probabilità in favore di B , mentre sostenendo il sistema più probabile delle tre proposizioni, si ha una decisione in favore di C .

Per risolvere questa difficoltà, osserviamo quanto segue.

1° In questo caso è chiaro che A non deve avere la preferenza perché ha solo la minoranza, sia che lo si paragoni a B , sia che lo si paragoni a C (cosa che avviene in tutti i casi simili): si deve scegliere dunque tra B e C . Ora, la proposizione ' B è meglio di C ', ha la minoranza; dunque si deve considerare il voto della maggioranza espresso in favore di C .

2° Colui che si pronuncerebbe in favore di C , farebbe il seguente ragionamento: ho motivo di credere che ' C è meglio di A ', ho anche motivo di credere che ' C è meglio di B ', quindi devo credere che ' C è meglio di A e di B '. Viceversa, chi si pronuncerebbe in favore di B , farebbe il seguente ragionamento: ho motivo di credere che ' B è meglio di A ', ho anche motivo di credere che ' C sia meglio di B ', quindi devo credere che ' B è meglio di C ', conclusione che sembra assurda.

Il risultato del calcolo sembrerebbe dunque in contraddizione con il semplice ragionamento, nel caso in cui si adottasse per formare la decisione, non il sistema più probabile, ma il risultato dei due sistemi favorevoli a uno stesso candidato che sarebbe il più probabile.

D'altra parte, si si esamina il risultato del calcolo, si vede che se la combinazione:

B è meglio di A ,
 B è meglio di C ,

è più probabile della combinazione

C è meglio di A ,
 C è meglio di B ,

sebbene quest'ultima sia formata da due proposizioni che hanno la maggioranza, è solo perché se uno adotta la seconda combinazione], si sbaglierà più spesso preferendo C ad A , che nella prima combinazione preferendo B ad A .

Si rischierà dunque più spesso di sbagliarsi

en interprétant le vœu de la décision en faveur de *C* qu'en l'interprétant en faveur de *B*, mais c'est uniquement parce que l'on se sera trompé en n'accordant pas la préférence à *A*. Il est donc naturel de préférer *C* à *B* du moment où l'exclusion de *A* doit avoir lieu.

Il résulte de ce qu'on vient d'exposer, qu'il faut faire en sorte que les assemblées chargées d'élire, soient formées de manière qu'on soit rarement exposé à n'avoir qu'une pluralité qui conduise à une décision de la nature de celle que nous venons de discuter ; ce qui est d'autant plus nécessaire, que du moment où une proposition

C vaut mieux que *B*

a la pluralité, la proposition

B vaut mieux que *A*,

ne peut avoir une plus grande pluralité que la proposition

C vaut mieux que *A*,

sans indiquer une incertitude dans les opinions.

Dans le cas d'ailleurs où l'on a une décision de cette espèce, il faut, si la nature des places qu'on donne par l'élection le permet, ne pas regarder l'élection comme terminée, & exiger pour élire *C*, par exemple, que le deux propositions

C vaut mieux que *A*,

C vaut mieux que *B*,

soient les deux qui aient la plus grande pluralité, ou bien que le système,

C vaut mieux que *A*,

C vaut mieux que *B*,

ait une pluralité au-dessus de $\frac{1}{2}$.

Dans le cas où l'on est forcé d'élire, comme on ne peut en général éviter l'inconvénient de ces décisions, qu'on peut appeler équivoques, sinon en exigeant une grande pluralité, ou en ne confiant l'élection qu'à des hommes très-éclairés, le second moyen est le seul qu'on puisse employer ; & lorsqu'il est impossible d'avoir des Votans assez éclairés, il ne faut admettre au nombre des Candidats que des hommes dont la capacité soit assez certaine pour mettre à l'abri des inconvénients d'un mauvais choix.

Ces précautions une fois prises, on regardera comme élu par la pluralité des Votans celui pour lequel les deux propositions qui forment un vœu

interprétant il voto della decisione in favore di *C* che interpretandolo in favore di *B*, ma ciò è unicamente perché si sarà sbagliato non accordando la propria preferenza ad *A*. E' dunque naturale preferire *C* a *B* nel momento in cui dovrà avvenire l'esclusione di *A*.

Risulta da quanto abbiamo esposto, che si deve fare in modo che le assemblee incaricate di eleggere siano formate in maniera tale che siano raramente esposte ad avere solo una maggioranza che conduce a una decisione di quelle che abbiamo appena discusso. Per questo è tanto più necessario, che nel momento in cui una proposizione

C è meglio di *B*

ha la maggioranza, la proposizione

B è meglio di *A*,

non possa avere una maggioranza più grande di quella della proposizione

C è meglio di *A*,

senza indicare un'incertezza nelle opinioni.

D'altra parte nel caso in cui si ha una decisione di questo tipo, si deve, se la natura degli spazi che si hanno per l'elezione lo permette, non considerare l'elezione terminata e esigere per eleggere, per esempio *C*, che le due proposizioni

C è meglio di *A*,

C è meglio di *B*,

siano le due che hanno la più grande maggioranza, oppure che il sistema:

C è meglio di *A*,

C è meglio di *B*,

abbia una maggioranza superiore a $\frac{1}{2}$.

Nel caso in cui si sia costretti ad eleggere, siccome non si può in generale evitare l'inconveniente di queste decisioni, che si possono chiamare equivoche, se non pretendendo una grande maggioranza o affidando l'elezione solo a degli uomini molto illuminati, il secondo è l'unico mezzo che si può impiegare. E quando è impossibile avere dei votanti abbastanza illuminati, si dovrebbero accogliere nel gruppo dei candidati solo degli uomini la cui capacità sia abbastanza certa per mettersi al sicuro dagli inconvenienti di una cattiva scelta.

Una volta prese queste precauzioni, si riterrà eletto dalla maggioranza dei votanti colui per il quale le due proposizioni che danno un voto in

en sa faveur, ont chacune la pluralité, ce qui est la même chose que d'adopter le système formé par les trois propositions qui ont la pluralité. Au reste, ce cas d'une décision équivoque ne peut avoir lieu, à moins que la décision résultante de la pluralité n'ait une probabilité moindre que $\frac{71}{100}$, ce qui en exige une très-petite pour chaque Votant.

Supposons maintenant que les trois propositions qui ont la pluralité forment un des deux systèmes contradictoires; s'il n'y a pas nécessité d'élire, on regardera la décision comme nulle; mais s'il y a nécessité d'élire, on se conformera à la décision qui résulte des deux propositions les plus probables. Car il est aisé de voir, comme nous l'avons remarqué, que deux quelconques des trois propositions, forment alors une décision contradictoire avec la troisième; & que, par exemple, dans le système III, formé des trois propositions

A vaut mieux que *B*,
C vaut mieux que *A*,
B vaut mieux que *C*,

les deux premières donnent un vœu en faveur de *C*, la première & la troisième, un vœu en faveur de *A*, la deuxième & la troisième un vœu en faveur de *C*. Or, soit la proposition *B* vaut mieux que *C* celle qui a la moindre probabilité, & *A* vaut mieux que *B* celle qui en a la plus grande; il est clair que ces deux propositions,

B vaut mieux que *C*,
B vaut mieux que *A*,

ont chacune une moindre probabilité que les deux propositions

A vaut mieux que *B*,
A vaut mieux que *C*.

B doit donc être écarté; mais entre *A* & *C*, *C* doit avoir la préférence, puisque la proposition

C vaut mieux que *A*,

a la pluralité.

Si c'est la proposition

C vaut mieux que *A*,

qui a la plus grande pluralité; on trouvera que dans les combinaisons

C vaut mieux que *A*,
C vaut mieux que *B*,
B vaut mieux que *C*,
B vaut mieux que *A*,

les deux propositions qui forment la première, ont chacune une plus grande pluralité ou une moindre minorité que celles qui forment la

suo favore, hanno ciascuna la maggioranza, che è la stessa cosa che adottare il sistema formato dalle tre proposizioni che hanno la maggioranza. Del resto, in questo caso non può esserci una decisione equivoca, a meno che la decisione risultante dalla maggioranza abbia una probabilità minore di $\frac{71}{100}$, ciò che ne comporta una più piccola per ogni votante.

Adesso supponiamo che le tre proposizioni che hanno la maggioranza formino uno dei due sistemi contraddittori. Se non è necessario eleggere, si considererà la decisione nulla, ma, se è necessario eleggere, ci si conformerà alla decisione che risulta dalle due proposizioni più probabili. Perché è facile vedere che, come abbiamo osservato, due qualsiasi delle tre proposizioni, formano allora una decisione contraria la terza, e che, per esempio, nel sistema III, formato dalle tre proposizioni

A è meglio di *B*,
C è meglio di *A*,
B è meglio di *C*,

le prime due danno un voto in favore di *C*, la prima e la terza un voto in favore di *A*, la seconda e la terza un voto in favore di *C*. Ora, sia '*B* è meglio di *C*' la proposizione che ha la minore probabilità, e '*A* è meglio di *B*' che ha la più grande probabilità; è chiaro che le due proposizioni:

B è meglio di *C*,
B è meglio di *A*,

hanno ciascuna una minore probabilità che le due proposizioni

A è meglio di *B*,
A è meglio di *C*.

B deve dunque essere escluso. Ma tra *A* e *C*, *C* deve avere la preferenza, poiché la proposizione

C è meglio di *A*,

ha la maggioranza.

Se la proposizione

C vaut mieux que *A*,

è quella con una maggioranza più grande, si troverà che nelle combinazioni

C è meglio di *A*,
C è meglio di *B*,
B è meglio di *C*,
B è meglio di *A*,

le due proposizioni che formano la prima, hanno ciascuna una maggioranza più grande o una minoranza più piccola di quelle che formano la

seconde ; donc *C* doit être préféré à *B* ; mais entre *C* & *A*, *C* doit avoir la préférence ; donc c'est en faveur de *C* que le vœu doit s'interpréter.

Observons enfin que ces systèmes contradictoires ne peuvent se présenter sans indiquer de l'incertitude dans les opinions, & ils n'auront lieu, ni si les voix étant prises à l'ordinaire, un des Candidats a plus de la moitié des voix, ni si l'on exige pour admettre les propositions qui forment le vœu, une pluralité d'un tiers.

Il résulte de toutes les réflexions que nous venons de faire, cette règle générale, que toutes les fois qu'on est forcé d'élire, il faut prendre successivement toutes les propositions qui ont la pluralité, en commençant par celles qui ont la plus grande, & prononcer d'après le résultat que forment ces premières propositions, aussi-tôt qu'elles en forment un, sans avoir égard aux propositions moins probables qui les suivent.

Si par ce moyen on n'obtient pas le résultat le moins sujet à l'erreur, ou un résultat dont la probabilité soit au-dessus de $1/2$, & formé de deux propositions plus probables que leurs contradictoires, on aura du moins celui qui n'oblige pas à adopter les propositions les moins probables, & duquel il résulte une moindre injustice entre les Candidats, considérés deux à deux. Nous reviendrons sur cette objet dans la cinquième Partie.

Résultat général

On ne trouve ici qu'un essai très-imparfait de la théorie des décisions rendues sur des propositions compliquées, & de celle des élections : il en résulte que pour réunir les deux conditions essentielles à toute décision, la probabilité d'avoir une décision, & celle que la décision obtenue sera vraie, il faut, 1° dans le cas des décisions sur des questions compliquées, faire en sorte que le système des propositions simples qui les forment soit rigoureusement développé, que chaque avis possible soit bien exposé, que la voix de chaque Votant soit prise sur chacune des propositions qui forment cet avis, & non sur le résultat seul. La manière de proposer la question à décider est donc très-importante ; la fonction d'établir cette question est donc une des fonctions les plus délicates & les plus difficiles que le Corps, chargé de

seconda. Quindi *C* deve essere preferito a *B*. Ma tra *C* e *A*, *C* deve avere la preferenza. Quindi è a favore di *C* che si deve interpretare il voto.

Infine osserviamo che questi sistemi contraddittori non possono presentarsi senza indicare incertezza nelle opinioni, e non si presenteranno, ne' se, avendo assunto il voto come d'ordinario, uno dei candidati ha più della metà dei voti, ne' se si pretenderà per ammettere le proposizioni che formano il voto, una maggioranza di un terzo.

Da tutte le riflessioni che abbiamo fatto, risulta questa regola generale, che tutte le volte che si è obbligati ad eleggere, si devono prendere successivamente tutte le proposizioni che hanno la maggioranza, cominciando da quelle che hanno la maggioranza più grande, e pronunciare il risultato che formano queste prime proposizioni, appena quelle ne formino uno, senza considerare le proposizioni meno probabili che le seguono.

Se in questo modo non si ottiene il risultato meno soggetto all'errore, o un risultato la cui probabilità è ad di sotto di $1/2$ e formato dalle due proposizioni più probabili delle loro contrarie, si avrà almeno il risultato che non obbliga di adottare le proposizioni meno probabili, e dal quale risulta una minore ingiustizia tra i candidati, considerati due a due. Ritourneremo su questo argomento nella quinta Parte.

Risultato generale

Qui si trova solo una teoria molto imperfetta delle decisioni prese su delle proposizioni complesse e di quella delle elezioni. Ne consegue che per unire le due condizioni essenziali a tutte le decisioni, la probabilità di avere una decisione e quella che la decisione ottenuta sia vera: 1° nelle decisioni su delle questioni complesse si deve fare il modo che il sistema delle proposizioni semplici che le formano sia steso rigorosamente, che ciascun possibile parere sia ben esposto, che il voto di ciascun votante sia preso per ciascuna delle proposizioni che formano questo parere e non solamente sul risultato. Il modo di proporre la questione da decidere è quindi molto importante; la funzione di stabilire questa questione è quindi una delle funzioni più delicate e più difficili che possano conferire l'Organo, incaricato di

décider, ou ceux qui l'ont établi, puissent confier. Cependant chez les Anciens, & même chez les Modernes, elle a été presque par-tout abandonnée au hasard, ou donnée comme un pouvoir, un droit attaché à une dignité, & non imposée comme un devoir qui exige de la sagacité & de la justesse.

2° Il faut de plus que les Votans soient éclairés, & d'autant plus éclairés, que les questions qu'ils décident sont plus compliquées ; sans cela on trouvera bien une forme de décision qui préservera de la crainte d'une décision fausse, mais qui en même temps rendant toute décision presque impossible, ne sera qu'un moyen de perpétuer les abus & les mauvaises lois.

Ainsi la forme des assemblées qui décident du sort des hommes, est bien moins importante pour leur bonheur que les lumières de ceux qui les composent : & les progrès de la raison contribueront plus au bien des Peuples que la forme des constitutions politiques.

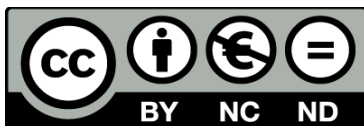
decidere, o coloro che l'hanno istituito. Eppure, presso gli Antichi e ugualmente presso i Moderni, questa funzione è stata quasi ovunque lasciata al caso, o attribuita come un potere, un diritto legato a un'alta carica e non imposto come un dovere che esige sagacia ed correttezza.

Inoltre occorre che i votanti siano illuminati, tanto più illuminati quanto siano più complesse le questioni che essi decidono. Senza questo, si troverà sì una forma di decisione che preserverà dal timore di una decisione falsa, ma che nello stesso tempo, rendendo tutte le decisioni pressoché impossibili, sarà solo un mezzo di perpetuare gli abusi e le cattive leggi.

Così la forma delle assemblee che decidono le sorti degli uomini, è molto meno importante per la loro felicità dei lumi di coloro che le compongono e il progresso della ragione contribuirà maggiormente al bene dei popoli piuttosto che la forma delle costituzioni politiche.

Sito web: www.mathematice.it

Contatti: redazione@mathematice.it



La presente opera è rilasciata secondo la licenza Creative Commons
Attribuzione – Non commerciale – Non opere derivate 3.0 Italia License

Per leggere una copia della licenza visitare il sito web
<http://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/3.0/deed.it>